

Bruchrechnen

Erläuterung Teil 1

Siegbert Rudolph

Einige Ideen aus:

Rechnen leicht gelernt - Institut Mensch und Arbeit - München - 1969

Hinweise zur Nutzung

- Bruchrechnen wird Schritt für Schritt erklärt.
- Auf den ungeraden Seiten sind Aufgaben zu lösen.
- Auf den Rückseiten dazu steht die Lösung mit dem blauen Smiley.

Was ist ein Bruch?

Beispiel: Du hast ein großes Stück Schokolade und willst es mit Deinem Bruder teilen.

Du brichst die Tafel in der Mitte auseinander.

Du hast jetzt einen Bruch, nämlich 2 **gleich große** Teile eines Ganzen.



Schokobruch

Der Bruch lautet: $2/2$, sprich: zwei Halbe.

$\frac{1}{2}$ plus $\frac{1}{2}$ ist $2/2$ oder ein Ganzes ($1/1$)!
Die zwei Hälften sind wieder ein Ganzes!

Welche Zahlen wurden addiert? **Kreuze an!**

alle

die über dem Strich

Was ist ein Bruch?

Beispiel: Du hast ein großes Stück Schokolade und willst es mit Deinem Bruder teilen.

Du brichst die Tafel in der Mitte auseinander.

Du hast jetzt einen Bruch, nämlich 2 **gleich große** Teile eines Ganzen.



Schokobruch

Der Bruch lautet: $2/2$, sprich: zwei Halbe.

$\frac{1}{2}$ plus $\frac{1}{2}$ ist $\frac{2}{2}$ oder ein Ganzes ($1/1$)!
Die zwei Hälften sind wieder ein Ganzes!

Welche Zahlen wurden addiert?

alle

die über dem Strich

☹️ Nein, die Zahl unter dem Strich bleibt gleich.

☺️ Die Zahl unter dem Strich bleibt gleich.

Nehmen wir an, du hast 2 Geschwister
und willst die Tafel Schokolade gerecht unter
euch teilen. Wie viele Teile hast du dann? **Kreuze an!**

2

3

Du hast die Tafel Schokolade
in 3 gleich große Teile gebrochen.



Der Bruch lautet: $3/3$, sprich: drei Drittel.

$1/3$ plus $1/3$ plus $1/3$ ist $3/3$ oder ein Ganzes ($1/1$)!
Die drei Teile sind wieder ein Ganzes!

Die Bruchteile beziehen sich immer auf das,
was geteilt werden soll.
Man nennt das das Ganze (hier: eine Tafel Schokolade)!

Nehmen wir an, du hast 2 Geschwister und willst die Tafel Schokolade gerecht unter euch teilen. Wie viele Teile hast du dann?

2 😞

3 😊

Du hast die Tafel Schokolade in 3 gleich große Teile gebrochen.



Der Bruch lautet: $\frac{3}{3}$, sprich: drei Drittel.

$\frac{1}{3}$ plus $\frac{1}{3}$ plus $\frac{1}{3}$ ist $\frac{3}{3}$ oder ein Ganzes ($\frac{1}{1}$)!
Die drei Teile sind wieder ein Ganzes!

Die Bruchteile beziehen sich immer auf das, was geteilt werden soll.
Man nennt das das Ganze (hier: eine Tafel Schokolade)!

Die Zahl unter dem Strich sagt,
wie oft das Ganze geteilt wird.
Je öfter geteilt wird, desto

kleiner

größer

ist der Anteil.

Kreuze kleiner oder größer an!

Bei einem berühmten Fußballspieler stand die Vertragsverlängerung an.
Der Verein wollte ihn unbedingt halten.

Man bot ihm zum Monatsgehalt noch $1/4$ von den Ticketerlösen an.

Empört weist der Spieler das zurück:

„Ich will mindestens $1/5$ haben!“

Was denkst Du? **Kreuze an!**

Der Fußballspieler fordert zu viel.

Man sollte Bruchrechnen können.



Wenn die Schokolade 3 mal geteilt wird,
sind die Teile kleiner!

Die Zahl unter dem Strich sagt,
wie oft das Ganze geteilt wird.
Je öfter geteilt wird, desto

kleiner 😊

größer ☹️

ist der Anteil.



Wenn die Schokolade 3 mal geteilt wird,
sind die Teile kleiner!

Bei einem berühmten Fußballspieler stand die Vertragsverlängerung an.
Der Verein wollte ihn unbedingt halten.

Man bot ihm zum Monatsgehalt noch $1/4$ von den Ticketerlösen an.

Empört weist der Spieler das zurück:

„Ich will mindestens $1/5$ haben!“

Was denkst Du?

Der Fußballspieler fordert zu viel. ☹️

Man sollte Bruchrechnen können. 😊

Wenn unser Fußballspieler statt einem Viertel der Stadioneinnahmen ein Fünftel haben will, dann bekäme er

mehr

weniger

als man ihm anbot? **Kreuze an!**

Die Stadioneinnahmen betragen € 100.000. € 20.000.
Wenn der Fußballer mit $\frac{1}{4}$ beteiligt wird, bekommt er € 25.000.
Kreuze an!

Die Stadioneinnahmen betragen € 100.000. € 25.000.
Wenn der Fußballer mit $\frac{1}{5}$ beteiligt wird, bekommt er € 20.000.
Kreuze an!

Der Fußballer bekommt also 5.000 € weniger.

Was schließt du daraus? **Kreuze an!**

Die Welt ist ungerecht.

Bruchrechnen sollte man können!

Wenn unser Fußballspieler statt einem Viertel der Stadioneinnahmen ein Fünftel haben will, dann bekäme er

mehr 

weniger  $1/5$ ist weniger als $1/4$!

als man ihm anbot?

Die Stadioneinnahmen betragen € 100.000.

Wenn der Fußballer mit $1/4$ beteiligt wird, bekommt er

€ 20.000. 

€ 25.000. 

$100000:4$

Die Stadioneinnahmen betragen € 100.000.

Wenn der Fußballer mit $1/5$ beteiligt wird, bekommt er

€ 25.000. 

€ 20.000. 

$100000:5$

Der Fußballer bekommt also 5.000 € weniger.

Was schließt du daraus?

Die Welt ist ungerecht. 

Bruchrechnen sollte man können! 

Was bedeuten die Zahlen.
Schau dir die Schokoladentafeln und deren Teile an!

Kreuze an! Die Zahl unter dem Strich sagt:

Wie groß das Ganze ist.

In wie viele Teile das Ganze zerlegt wird.

Die Zahl unter dem Strich **nennt** also die
Größe eines Anteils am Ganzen, sie heißt deshalb

Zähler.

Nenner.

Die Zahl über dem Strich sagt, wie viele Teile
des Ganzen es sind, sie wird als **Zähler** bezeichnet.

Kreuze die richtigen
Begriffe an!

$\frac{1}{3}$ Zähler
Nenner
Zähler
Nenner



Was bedeuten die Zahlen.
Schau dir die Schokoladentafeln und deren Teile an!

Die Zahl unter dem Strich sagt:

Wie groß das Ganze ist. ☹️

In wie viele Teile das Ganze zerlegt wird. 😊

Die Zahl über dem Strich **nennt** also die
Größe eines Anteils am Ganzen, sie heißt deshalb

Zähler. ☹️

Nenner. 😊

Die Zahl über dem Strich sagt, wie viele Teile
des Ganzen es sind, sie wird als **Zähler** bezeichnet.

Die richtigen
Begriffe!

$\frac{1}{3}$	Zähler	😊	1 / 3
	Nenner	☹️	
	Zähler	☹️	
	Nenner	😊	1 / 3



Wenn ich den Bruch schreibe,
so bestimmt der Nenner die Größe eines Teiles,
und der Zähler sagt,
wie viele dieser Teile der Bruch beinhaltet.

Was sagt dieser Bruch?
Kreuze an!

$\frac{2}{5}$

Das Ganze ist durch 2 geteilt worden.
Der Bruch enthält 2 Teile vom Ganzen.

5

Das Ganze ist durch 5 geteilt worden.
Der Bruch enthält 5 Teile vom Ganzen.

Die richtigen
Begriffe **ankreuzen!**

$\frac{2}{5}$

Zähler
Nenner





5

Zähler
Nenner





Kreuze an! $2/5$ von 10 ist also: $10:2*5$ $10:5*2$



Wenn ich den Bruch schreibe,
so bestimmt der Nenner die Größe eines Teiles,
und der Zähler sagt,
wie viele dieser Teile der Bruch beinhaltet.

Was sagt dieser Bruch? $\frac{2}{5}$

Das Ganze ist durch 2 geteilt worden.	
Der Bruch enthält 2 Teile vom Ganzen.	
Das Ganze ist durch 5 geteilt worden.	
Der Bruch enthält 5 Teile vom Ganzen.	

Die richtigen Begriffe!

$\frac{2}{5}$	Zähler	
	Nenner	
	Zähler	
	Nenner	

2/5 von 10 ist also:  $10:2*5$  $10:5*2$ $10:5*2=4$

Brüche sind immer Bruchteile eines Ganzen.

Rechne ... aus!

Ein Korb enthält 20 Äpfel.

$\frac{1}{2}$ Korb sind ... Äpfel.

Der Abstand vom Schrank zur Wand beträgt $\frac{1}{4}$ Meter.

$\frac{1}{4}$ Meter ist ...

Peter bekommt 50 Euro Taschengeld. Er spart $\frac{2}{5}$ für ein Fahrrad.

$\frac{2}{5}$ sind ...

Ein Weinfass enthält 80 Liter. Der Wirt entnimmt $\frac{3}{8}$ davon.

$\frac{3}{8}$ sind ...

Brüche sind immer Bruchteile eines Ganzen.

Ein Korb enthält 20 Äpfel.

$\frac{1}{2}$ Korb sind **10 Äpfel.** (Das Ganze sind 20 Äpfel, also $20:2*1$)

Der Abstand vom Schrank zur Wand beträgt $\frac{1}{4}$ Meter.

$\frac{1}{4}$ Meter ist **25 cm.** (Das Ganze sind 100 cm, also $100:4*1$)

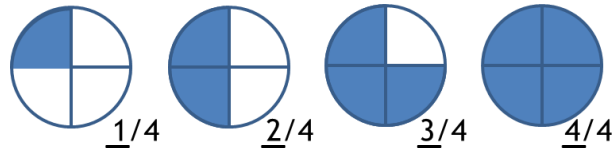
Peter bekommt 50 Euro Taschengeld. Er spart $\frac{2}{5}$ für ein Fahrrad.

$\frac{2}{5}$ sind **20 Euro.** (Das Ganze sind 50 Euro, also $50:5*2$)

Ein Weinfass enthält 80 Liter. Der Wirt entnimmt $\frac{3}{8}$ davon.

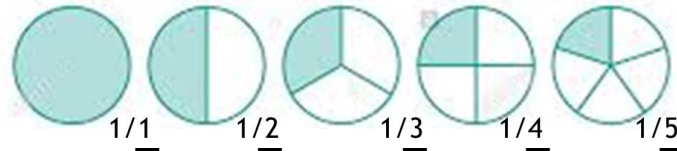
$\frac{3}{8}$ sind **30 Liter.** (Das Ganze sind 80 Liter, also $80:8*3$)

Wenn der **Zähler** eines Bruches größer wird, wird sein Wert



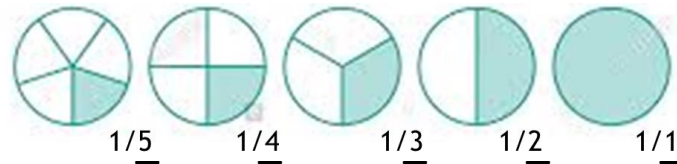
kleiner.
größer.

Wenn der **Nenner** eines Bruches größer wird, wird sein Wert



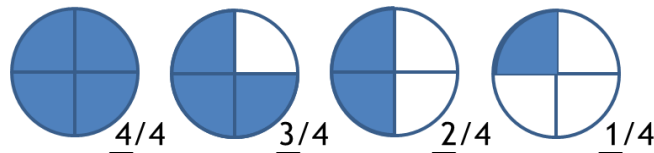
kleiner.
größer.

Wenn der **Nenner** eines Bruches kleiner wird, wird sein Wert



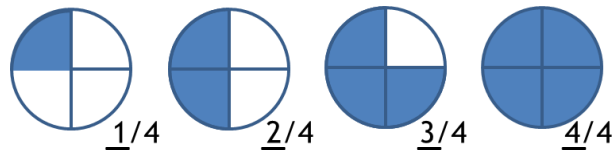
kleiner.
größer.

Wenn der **Zähler** eines Bruches kleiner wird, wird sein Wert



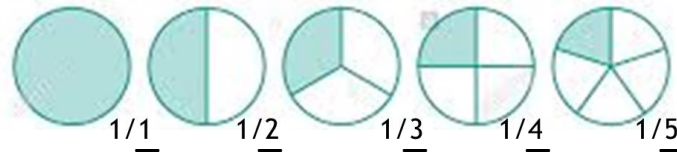
kleiner.
größer.

Wenn der **Zähler** eines Bruches größer wird, wird sein Wert



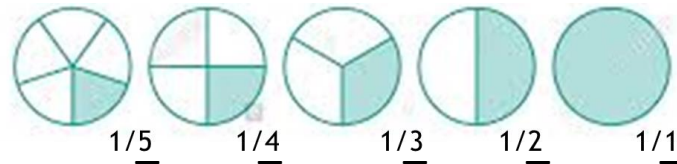
kleiner. ☹️
größer. 😊

Wenn der **Nenner** eines Bruches größer wird, wird sein Wert



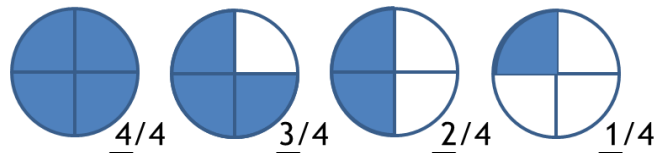
kleiner. 😊
größer. ☹️

Wenn der **Nenner** eines Bruches kleiner wird, wird sein Wert



kleiner. ☹️
größer. 😊

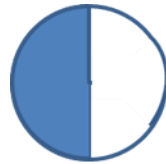
Wenn der **Zähler** eines Bruches kleiner wird, wird sein Wert



kleiner. 😊
größer. ☹️

Zähler und Nenner bestimmen (blaue Farbe = Zähler)

Wie lauten die Brüche! **Schreibe die Brüche auf!**



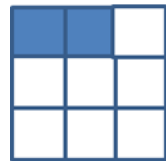
Zähler: —
Nenner: —



Zähler: —
Nenner: —



Zähler: —
Nenner: —



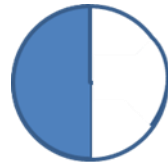
Zähler: —
Nenner: —



Zähler: —
Nenner: —

Zähler und Nenner bestimmen (blaue Farbe = Zähler)

Wie lauten die Brüche!



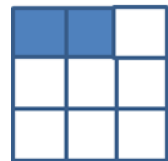
Zähler: $\frac{1}{2}$
Nenner: $\frac{2}{2}$



Zähler: $\frac{1}{4}$
Nenner: $\frac{4}{4}$



Zähler: $\frac{2}{3}$
Nenner: $\frac{3}{3}$



Zähler: $\frac{2}{9}$
Nenner: $\frac{9}{9}$



Zähler: $\frac{3}{5}$
Nenner: $\frac{5}{5}$

Rechne!

Schreibe die Lösung in die freien Kästchen!

Das Ganze

$1/2$

$1/3$

$1/4$

$1/5$

$2/5$

$5/6$

$3/8$

6

8

15

20

30

Das Ganze

1/2

1/3

1/4

1/5

2/5

5/6

3/8

6

$$\begin{array}{l} 6:2*1 \\ =3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6:3*1 \\ =2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6:6*5 \\ =5 \end{array}$$

8

$$\begin{array}{l} 8:2*1 \\ =4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8:4*1 \\ =2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8:8*3 \\ =3 \end{array}$$

15

$$\begin{array}{l} 15:3*1 \\ =5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 15:5*1 \\ =3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 15:5*2 \\ =6 \end{array}$$

20

$$\begin{array}{l} 20:2*1 \\ =10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20:4*1 \\ =5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20:5*1 \\ =4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20:5*2 \\ =8 \end{array}$$

30

$$\begin{array}{l} 30:2*1 \\ =15 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 30:3*1 \\ =10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 30:5*1 \\ =6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 30:5*2 \\ =12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 30:6*5 \\ =25 \end{array}$$

Rechne!

Schreibe die Lösung in die Kästchen!

Das Ganze

$1/2$

$1/3$

$1/4$

$1/5$

$2/5$

$5/6$

$3/8$

120

--	--	--	--	--	--	--	--

180

--	--	--	--	--	--	--	-------

40

	-----					-----	
--	-------	--	--	--	--	-------	--

60

--	--	--	--	--	--	--	-------

240

--	--	--	--	--	--	--	--

Das Ganze

1/2

1/3

1/4

1/5

2/5

5/6

3/8

120

$$\begin{array}{l} 120:2*1 \\ =60 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 120:3*1 \\ =40 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 120:4*1 \\ =30 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 120:5*1 \\ =24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 120:5*2 \\ =48 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 120:6*5 \\ =100 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 120:8*3 \\ =45 \end{array}$$

180

$$\begin{array}{l} 180:2*1 \\ =90 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 180:3*1 \\ =60 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 180:4*1 \\ =45 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 180:5*1 \\ =36 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 180:5*2 \\ =72 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 180:6*5 \\ =150 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{-----} \\ \end{array}$$

40

$$\begin{array}{l} 40:2*1 \\ =20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{-----} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40:4*1 \\ =10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40:5*1 \\ =8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40:5*2 \\ =16 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{-----} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40:8*3 \\ =15 \end{array}$$

60

$$\begin{array}{l} 60:2*1 \\ =30 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 60:3*1 \\ =20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 60:4*1 \\ =15 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 60:5*1 \\ =12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 60:5*2 \\ =24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 60:6*5 \\ =50 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{-----} \\ \end{array}$$

240

$$\begin{array}{l} 240:2*1 \\ =120 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 240:3*1 \\ =80 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 240:4*1 \\ =60 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 240:5*1 \\ =48 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 240:5*2 \\ =96 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 240:6*5 \\ =200 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 240:8*3 \\ =90 \end{array}$$

Kannst Du mit folgender Aufgabe etwas anfangen? **Kreuze an!**

Paul isst $\frac{1}{3}$ auf einmal. Ja Nein

Warum? **Überlege und vergleiche auf der Rückseite!**

Rechne nun die folgende Aufgabe! **Rechne und schreibe ...**

Paul bekommt 30 Nüsse und isst $\frac{1}{3}$ auf einmal.
Wie viele Nüsse isst Paul auf einmal? Es sind ...

Fülle aus!

Ein Bruch macht nur Sinn, wenn man das und dessen Wert kennt.
In dieser Aufgabe ist der Wert des Ganzen 30 Nüsse.

Kannst Du mit folgender Aufgabe etwas anfangen?

Paul isst $1/3$ auf einmal. 😞 Ja ☺ Nein

Warum? Es fehlt die Angabe, was das **Ganze** ist.
Man weiß nicht, wie groß das Drittel ist.
Vielleicht ist es eine bestimmte Menge Nüsse.

Rechne nun die folgende Aufgabe!

Paul bekommt 30 Nüsse und isst $1/3$ auf einmal.
Wie viele Nüsse isst Paul auf einmal? Es sind **10 Nüsse**.

Ein Bruch macht nur Sinn, wenn man das **Ganze** und dessen Wert kennt.
In dieser Aufgabe ist der Wert des Ganzen 30 Nüsse.

In der Familie gibt es 5 Kinder.
Jedes hat von der Oma 1 Tafel Schokolade bekommen.
Die Kinder beschließen, dass sie dem Nachbarskind,
das länger im Krankenhaus bleiben muss, $\frac{1}{3}$ davon abgeben.

Das Nachbarskind bekommt $\frac{1}{3}$ von allen, also

Wie viel Schokoladentafeln sind das?



$\frac{5}{3}$ nennt man einen unechten Bruch.

Unechte Brüche: Der Zähler ist mindestens genauso groß oder größer als der Nenner.
Unechte Brüche wandelt man um, entweder in eine **ganze** oder eine **gemischte** Zahl.

$\frac{5}{3} = \dots\dots\dots$, also eine gemischte Zahl.

Wandle die unechten Brüche um:

$\frac{25}{5}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{21}{7}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{19}{9}$	$\frac{5}{5}$
.....

In der Familie gibt es 5 Kinder.
Jedes hat von der Oma 1 Tafel Schokolade bekommen.
Die Kinder beschließen, dass sie dem Nachbarskind,
das länger im Krankenhaus bleiben muss, $\frac{1}{3}$ davon abgeben.

Das Nachbarskind bekommt $\frac{1}{3}$ von allen, also **$\frac{5}{3}$ Tafeln!**

Wie viel Schokoladentafeln sind das? **Klar, $1 \frac{2}{3}$ Tafeln!** (5:3=2 Rest 2!)



$\frac{5}{3}$ nennt man einen unechten Bruch.

Unechte Brüche: Der Zähler ist mindestens genauso groß oder größer als der Nenner.
Unechte Brüche wandelt man um, entweder in eine **ganze** oder eine **gemischte** Zahl.

$\frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$, also **1 und $\frac{2}{3}$** , also eine gemischte Zahl.

Wandle die unechten Brüche um:

$\frac{25}{5}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{21}{7}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{19}{9}$	$\frac{5}{5}$
5 (25:5)	3 (6:2)	3 (21:3)	$6 \frac{1}{2}$	echter	$2 \frac{1}{9}$	1 (5:5)
ganze Zahl	ganze Zahl	ganze Zahl	13:2 Rest 1	Bruch	19:9 Rest 1	ganze Zahl
			gemischte			
			Zahl			

Du hast vorhin den unechten Bruch $25/5$ umgewandelt.

Das Ergebnis ist die Zahl 5, eine ganze Zahl.

Du hast also gerechnet: $25 \dots 5 = 5!$

Der Bruchstrich und das Zeichen $:$ haben die gleiche Bedeutung!

Wenn ein umgewandelter Bruch den **Wert 1** hat,
dann sind bei ihm **Zähler und Nenner**

Welchen Zähler muss der Bruch $.. / 6$ haben,
wenn er in die Zahl 1 umgewandelt werden soll?

Wandle nun den folgenden unechten Bruch um: $21/2$!

Ergebnis:

In den weiteren Teilen lernen wir, wie man mit Brüchen
addiert, subtrahiert, dividiert und multipliziert!

Du hast vorhin den unechten Bruch $25/5$ umgewandelt.

Das Ergebnis ist die Zahl 5, eine ganze Zahl.

Du hast also gerechnet: $25 : 5 = 5!$

Der Bruchstrich und das Zeichen $:$ haben die gleiche Bedeutung!

Wenn ein umgewandelter Bruch den **Wert 1** hat,
dann sind bei ihm **Zähler und Nenner gleich groß!**

Welchen Zähler muss der Bruch $6/6$ haben, **Genau: $6:6=1!$**
wenn er in die Zahl 1 umgewandelt werden soll?

Wandle nun den folgenden unechten Bruch um: $21/2$!

Ergebnis: $10 \frac{1}{2}$! **($21:2=10$ Rest 1)**

In den weiteren Teilen lernen wir, wie man mit Brüchen
addiert, subtrahiert, dividiert und multipliziert!

Üben verbessert die Fertigkeit,
wer viel übt, der wird geschickt!

Seite: 31

Bearbeitet von:
Siegbert Rudolph



Das Geheimnis eines Bruches ist schnell gefunden.
Der Zähler steht oben, der Nenner steht unten.
Der Nenner sagt, wie oft das Ganze zu teilen ist.
Mit dem Zähler du diese Teile dann multiplizierst.

Das Ganze sind 10 Stück. $\frac{2}{5}$ davon sind $10:5*2=4$ Stück!

**Üben verbessert die Fertigkeit,
wer viel übt, der wird geschickt!**

Seite: 32

Bearbeitet von:
Siegbert Rudolph



Hurra, wieder ein Stück weiter!